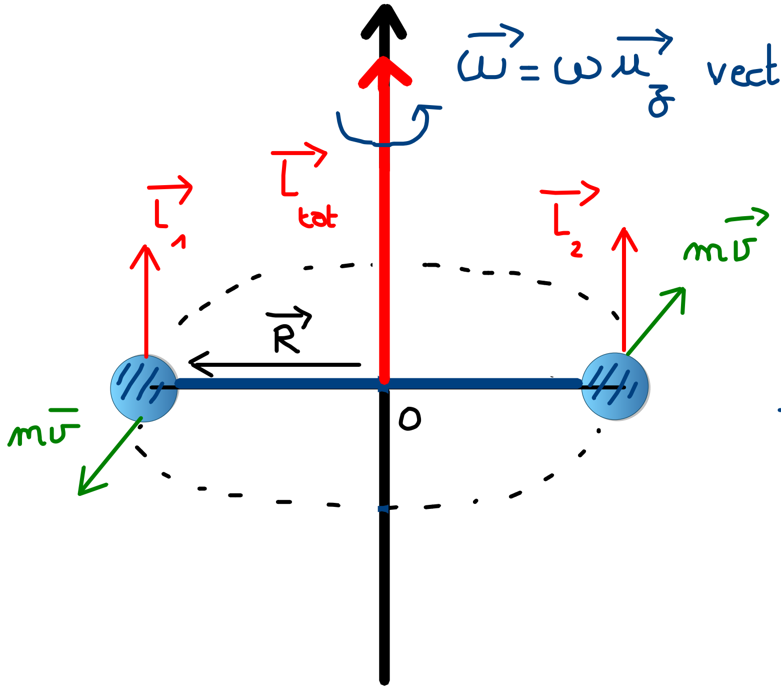
Rémy DUPERRAY, PTSI, Voiron

Cas 1 : rotation / axe de symétrie

(On néglige la masse de la tige.)



$v = R\omega$

$\vec{L}_1 = \vec{L}_2 = \vec{R} \wedge m\vec{v} = mR^2\omega\,\vec{u}_z$ (par rapport à O)

$\boxed{\vec{L}_{tot} = 2mR^2\omega\,\vec{u}_z} \longrightarrow \boxed{L_z = |\vec{L}_{tot}| = \underbrace{2mR^2}_{J}\,\omega}$

$\vec{L}_{tot}$ est entièrement suivant $\vec{u}_z$, // à $\vec{\omega}$.

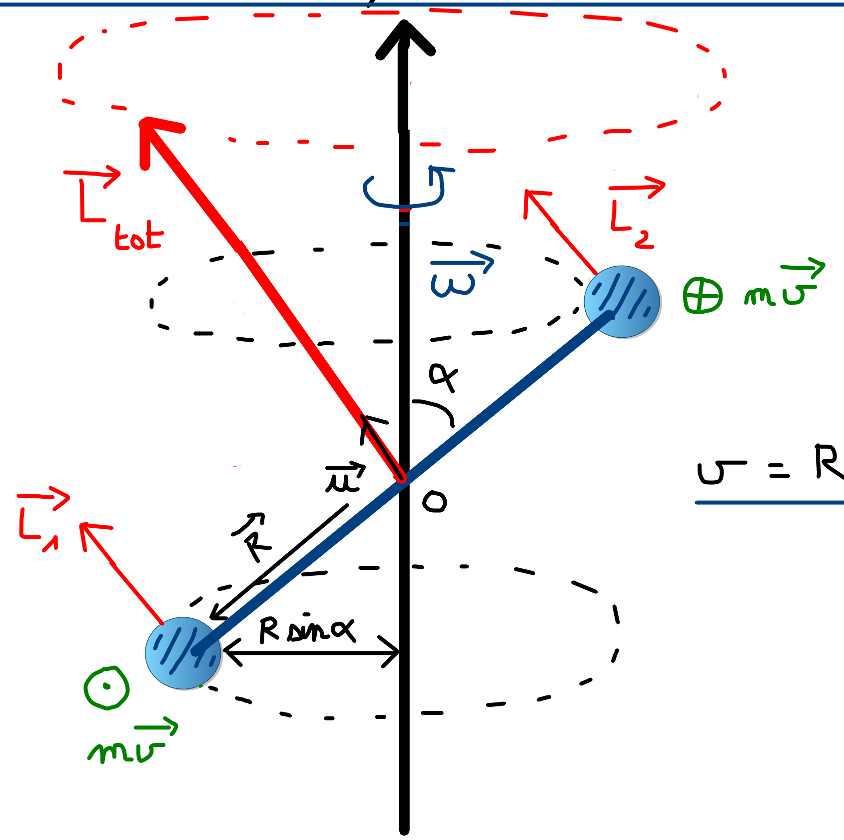
$\vec{L}_{tot} = \vec{cst}$ donc $\dfrac{d\vec{L}_{tot}}{dt} = \vec{0}$.

Aucun $\vec{\mathcal{M}}_o$ n'est nécessaire pour maintenir la rotation autour de Oz (on néglige les frottements).

→ Pas de contraintes sur l'axe de rotation.

Cas 2 : rotation / axe de non symétrie

(cf. cours de SI de PT)



$v = R\sin\alpha\,\omega$

$|\vec{L}_1| = |\vec{L}_2| = Rmv = mR^2\sin\alpha\,\omega$

$\boxed{\vec{L}_{tot} = 2mR^2\sin\alpha\,\omega\,\vec{u}} \rightarrow \boxed{L_z = \vec{L}_{tot} \cdot \vec{u}_z = \underbrace{2m\sin^2\alpha\,R^2}_{J}\,\omega}$

$\vec{L}_{tot}$ n'est plus colinéaire à $\vec{\omega}$ (axe de rotation) !

$\vec{L}_{tot}$ précesse autour de Oz donc $\vec{L}_{tot}$ n'est plus constant.

$\dfrac{d\vec{L}_{tot}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_o$, il faut donc un moment (ici un couple), exercé par des forces sur les paliers de rotation, pour maintenir la precession de $\vec{L}_{tot}$.